

Devoir surveillé n° 7

Durée : 1 heure

Exercice 1 (4 points)**Questions de cours**

A, B et C sont trois points du plan et a, b et c trois réels tels que $a + b + c \neq 0$. On pose $G = \text{Bar} \{(A; a); (B; b); (C; c)\}$.

- 1/ Démontrer que, pour tout point M , $a\overrightarrow{MA} + b\overrightarrow{MB} + c\overrightarrow{MC} = (a + b + c)\overrightarrow{MG}$.
- 2/ Dans un repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$, déterminer les coordonnées de G en fonction de celles de A, B et C .
- 3/ Application : On considère les points $A(1; 4)$, $B(2; -3)$ et $C(-3; 2)$. Déterminer les coordonnées de $G = \text{Bar} \{(A; -5); (B; 6); (C; 4)\}$.

Exercice 2 (4 points)

Soit ABC un triangle. On considère les points J, K et G définis par :

$$\overrightarrow{AJ} = -2\overrightarrow{AC} \quad \overrightarrow{AK} = -\overrightarrow{AB} \quad \text{et} \quad \overrightarrow{CG} = -3\overrightarrow{CK}$$

- 1/ Exprimer J comme barycentre de A et C puis K comme barycentre de A et B puis G comme barycentre de C et K .
- 2/ Démontrer que les points B, G et J sont alignés.

Exercice 3 (7 points)

Soit $ABCD$ un quadrilatère du plan, I le milieu de $[AC]$ et J le milieu de $[BD]$. Soit $G = \text{Bar} \{(A; 2); (B; -1); (C; 2); (D; -1)\}$.

- 1/ Construire, en justifiant, le point G sur la figure page 2.
- 2/ Soit \mathcal{E} l'ensemble des points M du plan vérifiant :

$$\|2\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC} - \overrightarrow{MD}\| = \|\overrightarrow{MB} - 2\overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}\|$$

- a) Démontrer que $A \in \mathcal{E}$.
 - b) Déterminer et représenter \mathcal{E} .
- 3/ Soit \mathcal{F} l'ensemble des points M du plan vérifiant :

$$\|2\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC} - \overrightarrow{MD}\| = \|\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MD}\|$$

- a) Démontrer que $I \in \mathcal{F}$.
- b) Déterminer et représenter \mathcal{F} .

Exercice 4 (5 points)

Soit ABC un triangle et soit I le milieu de $[AB]$.

Un réel k étant donné, on pose :

$$G_k = \text{Bar} \left\{ (A, 1 - k^2); (B, 1 - k^2); (C, 2k^2 - 2k) \right\}$$

- 1/ Déterminer l'ensemble \mathcal{D} des valeurs de k pour lesquelles G_k existe.
- 2/ Démontrer que pour tout $k \in \mathcal{D}$, $\overrightarrow{IG_k} = -k\overrightarrow{IC}$.
- 3/ Déterminer l'ensemble décrit par G_k lorsque k décrit \mathcal{D} .

Nom :

