Devoir surveillé n° 4

Durée : 1 heure

Exercice 1 (6 points)

Calculer les limites suivantes :

1/ $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$ puis $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ avec $f(x) = \dfrac{1}{x^2} - \sqrt{x}$.

2/ $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$ avec $g(x) = \left(\dfrac{1}{x-2} - 1\right) \times (x + \sqrt{x})$

3/ $\lim\limits_{x \overset{>}{\longrightarrow} 2} h(x)$ avec $h(x) = \dfrac{1}{x-2} - \dfrac{1}{x^2-4}$

4/ $\lim\limits_{x\to+\infty} k(x)$ avec $k(x) = \sqrt{x} - \sqrt{x+2}$

5/ $\lim\limits_{x\to 1} m(x)$ avec $m(x) = \dfrac{x-1}{\sqrt{x+3}-2}$

Exercice 2 (10 points)

Soit f la fonction définie sur $\mathscr{D}_f = \mathbb{R} \setminus \{-1; 3\}$ par

$$f(x) = \frac{x^3 - 5x^2 + 2x + 7}{x^2 - 2x - 3}$$

On appelle $\mathscr{C}_f$ sa courbe représentative dans un repère orthogonal $(O; \vec{\imath}, \vec{\jmath})$.

1/ Déterminer les limites de f aux bornes de $\mathscr{D}_f$. Que peut-on en déduire pour $\mathscr{C}_f$?

2/ Démontrer que la droite d d'équation $y = x - 3$ est asymptote à $\mathscr{C}_f$ en $+\infty$ et en $-\infty$.

3/ Étudier les positions relatives de $\mathscr{C}_f$ et d.

Exercice 3 (4 points)

Soit f la fonction définie sur $\mathscr{D}_f = \mathbb{R}$ par

$$f(x) = \frac{x^2 - 3x + 3}{x^2 - 4x + 5}$$

On appelle $\mathscr{C}_f$ sa courbe représentative dans un repère orthogonal $(O; \vec{\imath}, \vec{\jmath})$.
Démontrer que le point $I(2; 1)$ est centre de symétrie de $\mathscr{C}_f$

Devoir surveillé n° 4

Durée : 1 heure

Exercice 1 (6 points)

Calculer les limites suivantes :

1/ $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ avec $f(x) = (-x^2 - x) \times \dfrac{4}{\frac{1}{x} - 2}$

2/ $\lim\limits_{x\to 0} g(x)$ puis $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$ avec $g(x) = x^2 - \dfrac{1}{\sqrt{x}}$.

3/ $\lim\limits_{x \overset{>}{\longrightarrow} 1} h(x)$ avec $h(x) = \dfrac{1}{x^2-1} - \dfrac{1}{x-1}$

4/ $\lim\limits_{x\to 2} k(x)$ avec $k(x) = \dfrac{\sqrt{x+7}-3}{x-2}$

5/ $\lim\limits_{x\to+\infty} m(x)$ avec $m(x) = \sqrt{x+1} - \sqrt{x-3}$

Exercice 2 (10 points)

Soit f la fonction définie sur $\mathscr{D}_f = \mathbb{R} \setminus \{-3; 1\}$ par

$$f(x) = \frac{2x^3 + 5x^2 - x - 1}{x^2 + 2x - 3}$$

On appelle $\mathscr{C}_f$ sa courbe représentative dans un repère orthogonal $(O; \vec{\imath}, \vec{\jmath})$.

1/ Déterminer les limites de f aux bornes de $\mathscr{D}_f$. Que peut-on en déduire pour $\mathscr{C}_f$?

2/ Démontrer que la droite d d'équation $y = 2x + 1$ est asymptote à $\mathscr{C}_f$ en $+\infty$ et en $-\infty$.

3/ Étudier les positions relatives de $\mathscr{C}_f$ et d.

Exercice 3 (4 points)

Soit f la fonction définie sur $\mathscr{D}_f = \mathbb{R}$ par

$$f(x) = \frac{2x^2 - 3x + 5}{x^2 - 2x + 3}$$

On appelle $\mathscr{C}_f$ sa courbe représentative dans un repère orthogonal $(O; \vec{\imath}, \vec{\jmath})$.
Démontrer que le point $I(1; 2)$ est centre de symétrie de $\mathscr{C}_f$