

Variables aléatoires

Exercice 1

Dans une fête foraine, pour une mise initiale de 3€, le joueur est invité à lancer deux dés équilibrés à six faces numérotées de 1 à 6.

- Si le résultat est un « double », le joueur empoche le montant en euros égal à la somme des points obtenus.
- Si un seul 6 apparaît, le joueur gagne le montant en euros indiqué sur l'autre dé.
- Dans les autres cas, la partie est perdue.

On désigne par G la variable aléatoire définie par le « gain » du joueur (gain qui peut être négatif).

- 1/ Déterminer la loi de probabilité de G .
- 2/ Calculer l'espérance mathématique de G .
- 3/ Le jeu est-il équitable ?

Exercice 2

On propose le jeu suivant : un joueur mise 3€ puis tire un ticket dans une urne qui contient 5% de tickets portant le numéro 15, 10% de tickets portant le numéro 10, 20% de tickets portant le numéro 5 et le reste portant la mention « perdu ».

- Si le ticket porte le numéro 15, il gagne 15€.
- Si le ticket porte le numéro 10, il gagne 10€.
- Si le ticket porte le numéro 5, il gagne 5€.
- Si le ticket porte la mention « perdu », il ne gagne rien.

On appelle X la variable aléatoire définie par le gain du joueur.

- 1/ Déterminer la loi de probabilité de X .
- 2/ Calculer l'espérance mathématique de X .
- 3/ Le jeu est-il équitable ?
- 4/ Par quelle valeur doit-on remplacer le gain de 15€ pour que le jeu soit équitable ?

Exercice 3

Dans une urne on dispose de cinq boules indiscernables au toucher : trois vertes numérotées de 1 à 3 et deux rouges numérotées 4 et 6.

Règle du jeu : La partie consiste à tirer successivement deux boules au hasard, en remettant la première boule dans l'urne pour le second tirage. Si les deux boules tirées sont de même couleur, la partie est perdue. Sinon, le joueur remporte le montant en euros égal au nombre formé en prenant le chiffre de la boule verte pour les dizaines et celui de la boule rouge pour les unités (ainsi le tirage vert 2 et rouge 4 remporte 24 €). Soit X la variable aléatoire représentant le gain du joueur.

- 1/
 - a) Donner la loi de probabilité de la variable X et son espérance.
 - b) On souhaite rendre le jeu équitable. Pour cela on fait payer la partie a €. Quelle valeur choisir pour a ?
- 2/ On suppose dans la suite que la mise est égale à la valeur trouvée précédemment.
 - a) Calculer la probabilité de l'évènement A : « Le joueur réalise un gain strictement positif »
 - b) Le joueur fait 5 parties de suite. Quelle est la probabilité qu'il gagne au moins une fois ?

Exercice 4

Un jeu de hasard est formé d'un dispositif lançant de façon aléatoire une fléchette dans une cible ayant la forme suivante :

B	B	B	B	B	B	B	B	B	J	J	J	V	V	R
R	V	V	J	J	J	B	B	B	B	B	B	B	B	B

La fléchette atteint toujours une case et une seule.

Les trente cases, blanches (B), jaunes (J), vertes (V) ou rouges (R), ont toutes la même probabilité d'être atteintes.

Si la fléchette atteint une case rouge, le joueur gagne 8 euros.

Si la fléchette atteint une case verte, le joueur gagne 5 euros.

Si la fléchette atteint une case jaune, le joueur ne gagne rien et ne perd rien.

Si la fléchette atteint une case blanche, le joueur perd a euros, la lettre a désigne un nombre réel positif.

- 1/ On note X la variable aléatoire représentant le gain algébrique du joueur (compté négativement quand il perd).
 - a) Donner la loi de probabilité de X .
 - b) Calculer a pour que le jeu soit équitable, c'est-à-dire pour que l'espérance $E(X)$ soit nulle.
- 2/ Un joueur est considéré comme gagnant s'il a obtenu un gain strictement positif.
 - a) Quelle est la probabilité p qu'un joueur gagne ? et p' qu'il perde ?
 - b) Un joueur joue 5 parties consécutives indépendantes. Soit B l'évènement « Le joueur gagne au moins une fois. »
Quelle est la probabilité de B ?