

Homothéties

Exercice 1

Soit ABC un triangle et I le milieu de $[BC]$. Soit M un point quelconque de (AI) . La parallèle à (AB) passant par M coupe (BC) en N et la parallèle à (AC) passant par M coupe (BC) en P .

Démontrer que I est le milieu de $[NP]$.

Exercice 2

$ABCD$ est un quadrilatère dont les diagonales $[AC]$ et $[BD]$ se coupent en I . La parallèle à (BC) passant par I coupe la droite (AB) en E et la parallèle à (DC) passant par I coupe la droite (AD) en F .

Démontrer que les droites (BD) et (EF) sont parallèles.

Exercice 3

On considère trois points A , B et E tels que $B \in [AE]$. On construit un carré $ABCD$ puis le carré $BEFG$ tel que $G \in (BC)$.

Démontrer que les droites (AF) , (DE) et (BC) sont concourantes.

Exercice 4

Soit ABC un triangle et G son centre de gravité. On appelle A' le milieu de $[BC]$ et B' le milieu de $[AC]$. La parallèle à (BB') passant par A' coupe la parallèle à (AA') passant par B' en I .

Démontrer que I est le milieu de $[CG]$.

Exercice 5

Soit ABC un triangle de centre de gravité G . On appelle A' , B' et C' les milieux respectifs des segments $[BC]$, $[CA]$ et $[AB]$.

1/ Soit M un point quelconque du plan. On appelle d_1 la parallèle à (MA') passant par A , d_2 la parallèle à (MB') passant par B et d_3 la parallèle à (MC') passant par C .
Démontrer que d_1 , d_2 et d_3 sont concourantes (penser à une homothétie de centre G).

2/ Application : droite d'Euler

On appelle O le centre du cercle circonscrit à ABC et H l'orthocentre de ABC .

Démontrer que O , H et G sont alignés (appliquer le résultat précédent pour $M = O$).

Exercice 6

Soit AEF un triangle, B le milieu de $[AE]$ et C le milieu de $[AF]$. On appelle \mathcal{C} le cercle circonscrit à ABC , O son centre et D le point diamétralement opposé à A sur \mathcal{C} . Le point D se projette orthogonalement en H sur $[EF]$ et O se projette orthogonalement en A' sur (BC) .

Démontrer que A , A' et H sont alignés.