

Devoir surveillé n° 5

Terminale 7 S - 2010/2011

14 janvier 2011 – Durée : 1 heure

Exercice 1

7 points

On considère l'équation différentielle :

$$(E) : y' - 3y = (1 - x)e^{2x}$$

1. Démontrer que la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = xe^{2x}$ est une solution de (E) .
2. Résoudre l'équation différentielle $(H) : y' - 3y = 0$.
3. Démontrer qu'une fonction g définie sur \mathbb{R} est solution de (E) si et seulement si $g - f$ est solution de (H) .
4. Résoudre l'équation (E) .
5. Existe-t-il une solution de (E) dont la courbe représentative passe par le point $A(\ln 2; 12 \ln 2)$?

Exercice 2

3 points

Écrire sous forme algébrique les complexes suivants :

1. $A = (3 + i)(4 - 2i)$

2. $B = \frac{3+i}{4-2i}$

Exercice 3

4 points

Résoudre les équations suivantes :

$$(E_1) : \frac{z}{z-2i} = 1 + i$$

$$(E_2) : 2z + i\bar{z} = 3$$

Exercice 4

1 point

Démontrer que, pour tout complexe z non nul, on a :

$$\overline{\left(z + \frac{1}{z}\right)} - \frac{1+z}{\bar{z}} = \bar{z} - 1$$

Exercice 5

5 points

On considère l'équation d'inconnue z complexe :

$$(E) : z^3 - 12z^2 + 48z - 128 = 0$$

1. Montrer que 8 est racine de cette équation.
2. Déterminer deux réels a et b tels que :

$$z^3 - 12z^2 + 48z - 128 = (z - 8)(z^2 + az + b)$$

3. Résoudre l'équation (E) .