

Devoir maison

Exercice 1

L'espace est muni d'un repère orthonormal $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

Pour chacune des propositions suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse et donner une démonstration de la réponse choisie. Dans le cas d'une proposition fausse, la démonstration pourra consister à fournir un contre-exemple.

- 1/ La droite de représentation paramétrique $\begin{cases} x = t + 2 \\ y = -2t \\ z = 3t - 1 \end{cases}$, $t \in \mathbb{R}$ est parallèle au plan dont une équation cartésienne est : $x + 2y + z - 3 = 0$.
- 2/ Les plans P , P' et P'' d'équations respectives $x - 2y + 3z = 3$, $2x + 3y - 2z = 6$ et $4x - y + 4z = 12$ n'ont pas de point commun.
- 3/ Les droites de représentations paramétriques respectives $\begin{cases} x = 2 - 3t \\ y = 1 + t \\ z = -3 + 2t \end{cases}$, $t \in \mathbb{R}$ et $\begin{cases} x = 7 + 2u \\ y = 2 + 2u \\ z = -6 - u \end{cases}$, $u \in \mathbb{R}$ sont sécantes.
- 4/ On considère les points :
 A , de coordonnées $(-1; 0; 2)$, B , de coordonnées $(1; 4; 0)$, et C , de coordonnées $(3; -4; -2)$.
 Le plan (ABC) a pour équation $x + z = 1$.
- 5/ On considère les points :
 A , de coordonnées $(-1; 1; 3)$, B , de coordonnées $(2; 1; 0)$, et C , de coordonnées $(4; -1; 5)$.
 On peut écrire C comme barycentre des points A et B .

Exercice 2

L'espace est muni d'un repère orthonormal $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

- 1/ On désigne par \mathcal{P} le plan d'équation $x + y - 1 = 0$ et par \mathcal{P}' le plan d'équation $y + z - 2 = 0$.
 Justifier que les plans \mathcal{P} et \mathcal{P}' sont sécants et déterminer une représentation paramétrique de leur intersection.
- 2/ a) Déterminer une équation du plan \mathcal{R} passant par le point O et orthogonal à la droite \mathcal{D} .
 b) Déterminer les coordonnées du point I , intersection du plan \mathcal{R} et de la droite \mathcal{D} .
- 3/ Soient A et B les points de coordonnées respectives $(-\frac{1}{2}; 0; \frac{1}{2})$ et $(1; 1; 0)$.
 a) Vérifier que les points A et B appartiennent au plan \mathcal{R} .
 b) On appelle A' et B' les points symétriques respectifs des points A et B par rapport au point I .
 Justifier que le quadrilatère $ABA'B'$ est un losange.
 c) Vérifier que le point S de coordonnées $(2; -1; 3)$ appartient à la droite \mathcal{D} .
 d) Calculer le volume de la pyramide $SABA'B'$.

Exercice 3

L'espace est muni du repère orthonormal $(O; \vec{OA}, \vec{OC}, \vec{OD})$ et on construit le cube $OABCDEFG$.

Soient les points P et Q tels que $\vec{OP} = 2\vec{OA}$ et $\vec{OQ} = 4\vec{OC}$.

On appelle R le barycentre des points pondérés $(B, -1)$ et $(F, 2)$.

- 1/ a) Calculer les coordonnées de R .
 b) Démontrer que les points P , Q et R ne sont pas alignés.
 c) Quelle est la nature du triangle PQR ?
- 2/ a) Déterminer une équation du plan (PQR) .
 b) Vérifier que le point D n'appartient pas au plan (PQR) .
- 3/ On appelle H le projeté orthogonal du point D sur le plan (PQR) .
 a) Déterminer un système d'équations paramétriques de la droite (DH) .
 b) Déterminer les coordonnées du point H .
 c) Démontrer que le point H appartient à la droite (PR) .