

Devoir surveillé n° 2

Durée : 1 heure

Exercice 1 (5 points)

Soit f la fonction définie par :

$$f(x) = \sqrt{x^2 - x^3}$$

- 1/ Déterminer l'ensemble de définition \mathcal{D}_f de f .
- 2/ Démontrer que f est continue sur \mathcal{D}_f .
- 3/ Étudier la dérivabilité de f en 0. Donner une interprétation graphique du résultat.

Exercice 2 (7 points)

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par :

$$f(x) = \begin{cases} 2x - \frac{\sin^2 x}{x} & \text{si } x \neq 0 \\ 0 & \text{si } x = 0 \end{cases}$$

- 1/ Démontrer que f est continue sur \mathbb{R} .
- 2/ Démontrer que f est dérivable sur \mathbb{R} et calculer $f'(x)$ pour tout x de \mathbb{R} .

Exercice 3 (3 points)

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par :

$$f(x) = (x - 2)E(x) - 2(E(x))^2$$

où $E(x)$ désigne la partie entière de x .Démontrer que f est continue en 0 mais n'est pas continue en 1.

Exercice 4 (5 points)

Soit f la fonction définie sur $I =] - \infty; 0[$ par :

$$f(x) = x^3 - \frac{5}{x}$$

- 1/ Étudier les variations de f sur I .
- 2/ Démontrer que l'équation $f(x) = 2$ admet une unique solution α dans I .
- 3/ Donner un encadrement de α à 10^{-2} .