

Devoir surveillé n° 1

Durée : 2 heures

Exercice 1 (5 points)

Déterminer les limites suivantes :

1/ $f(x) = \sin(\cos(\pi x))$ en 0.

2/ $g(x) = \frac{\cos x + \sin x}{x}$ en $+\infty$.

3/ $h(x) = x + 2 \cos x$ en $-\infty$.

4/ $j(x) = \frac{\sin 3x}{\sin 2x}$ en 0.

5/ $k(x) = x \sin\left(\frac{1}{\sqrt{x}}\right)$ en $+\infty$.

Exercice 2 (3 points)Déterminer la limite en $+\infty$ de f dans les cas suivants :

1/ $f(x) = \sqrt{x^2 + 1} - 2x$

2/ $f(x) = \sqrt{x^2 + 1} - x$

Exercice 3 (4 points)Soit f la fonction définie par : $f(x) = \frac{2x\sqrt{x} - 2x - 4\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} - 1}$ 1/ Déterminer \mathcal{D}_f , l'ensemble de définition de f .2/ Déterminer les limites de f aux bornes de \mathcal{D}_f .3/ Déterminer trois réels a , b et c tels que :

$$\forall x \in \mathcal{D}_f, f(x) = ax + b + \frac{c}{\sqrt{x} - 1}$$

4/ Déterminer les asymptotes à \mathcal{C}_f la courbe représentative de f .**Exercice 4 (3 points)**Soit f la fonction définie par : $f(x) = \frac{2x^2 + x + 1}{-x^2 + 2x + 3}$ 1/ Déterminer \mathcal{D}_f , l'ensemble de définition de f .2/ Déterminer les limites de f aux bornes de \mathcal{D}_f .3/ Déterminer les asymptotes à \mathcal{C}_f la courbe représentative de f .**Exercice 5 (3 points)**Soit f la fonction définie par : $f(x) = \frac{4x^2 - 2x - 3}{4 - 2x}$ 1/ Déterminer \mathcal{D}_f , l'ensemble de définition de f .2/ Déterminer les limites de f aux bornes de \mathcal{D}_f .3/ Démontrer que la droite d d'équation $y = -2x - 3$ est asymptote à \mathcal{C}_f la courbe représentative de f .**Exercice 6 Non spécialistes - (2 points)**Soit f la fonction définie par :

$$f(x) = \sqrt{\frac{2x - 6}{3x + 3}}$$

1/ Déterminer \mathcal{D}_f , l'ensemble de définition de f .2/ Déterminer les limites de f aux bornes de \mathcal{D}_f .**Exercice 6 Spécialistes - (2 points)**Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$, le nombre $A_n = 4^n - 1 - 3n$ est divisible par 9.