Devoir surveillé n° 1

Durée : 1 heure

Exercice 1 (4 points)

Soit f la fonction définie par :

$$f(x) = \frac{x + \sin\left(\sqrt{x}\right)}{x}$$

1/ Déterminer l'ensemble de définition $\mathscr{D}_f$ de f.

2/ Déterminer les limites de f aux bornes de $\mathscr{D}_f$.

Exercice 2 (4 points)

Soit f la fonction définie par :

$$f(x) = \sqrt{\frac{4 - 2x}{-3 - 3x}}$$

1/ Déterminer l'ensemble de définition $\mathscr{D}_f$ de f.

2/ Déterminer les limites de f aux bornes de $\mathscr{D}_f$.

Exercice 3 (6 points)

Soit f la fonction définie par :

$$f(x) = \frac{x^3 + 2x^2 - 5x - 9}{x^2 - 4}$$

On appelle $\mathscr{C}_f$ sa courbe représentative dans un repère.

1/ Déterminer l'ensemble de définition $\mathscr{D}_f$ de f.

2/ Déterminer les limites de f aux bornes de $\mathscr{D}_f$. En déduire les aymptotes à $\mathscr{C}_f$ parallèles aux axes de coordonnées.

3/ Démontrer que la droite d d'équation $y = x + 2$ est asymptote à $\mathscr{C}_f$ en $+\infty$ et $-\infty$.

4/ Étudier les positions relatives de d et $\mathscr{C}_f$.

Exercice 4 (6 points)

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = \sqrt{4x^2 + 1} - 2x$$

On appelle $\mathscr{C}_f$ sa courbe représentative dans un repère.

1/ Déterminer la limites de f en $+\infty$. En déduire l'existence d'un aymptote à $\mathscr{C}_f$.

2/ Déterminer la limites de f en $-\infty$. Démontrer que la droite d d'équation $y = -4x$ est asymptote à $\mathscr{C}_f$ en $-\infty$.

3/ Étudier les positions relatives de d et $\mathscr{C}_f$.