

Devoir surveillé n° 1

Terminale 7 S - 2010/2011 – Durée : 1 heure

Exercice 1

4 points

Déterminer la limite des fonctions suivantes en $+\infty$:

1. $f(x) = 2x \sin\left(\frac{1}{x}\right)$

2. $g(x) = \frac{x \sin x}{1+x^2}$

3. $h(x) = \frac{x - \sqrt{x}}{x+3}$

Exercice 2

4 points

Soit f la fonction définie par :

$$f(x) = \sqrt{\frac{4x-3}{2x+4}}$$

1. Déterminer l'ensemble de définition \mathcal{D}_f de f .
2. Déterminer les limites de f aux bornes de \mathcal{D}_f .

Exercice 3

6 points

Soit f la fonction définie par :

$$f(x) = \frac{2x^3 - 5x^2 - 2x + 2}{x^2 - 1}$$

On appelle \mathcal{C}_f sa courbe représentative dans un repère.

1. Déterminer l'ensemble de définition \mathcal{D}_f de f .
2. Déterminer les limites de f aux bornes de \mathcal{D}_f .
3. Démontrer que la droite Δ d'équation $y = 2x - 5$ est asymptote à \mathcal{C}_f en $+\infty$ et en $-\infty$.
4. Étudier les positions relatives de \mathcal{C}_f et Δ .

Exercice 4

3 points

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par :

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{4+x^2}-2}{x^2} & \text{si } x \neq 0 \\ \frac{1}{4} & \text{si } x = 0 \end{cases}$$

Démontrer que f est continue sur \mathbb{R} .

Exercice 5

3 points

Soit f la fonction définie sur $I =]-\infty; 0]$ par :

$$f(x) = x^5 - 7x^2 + x + 5$$

1. Déterminer le sens de variation de f sur I .
2. Démontrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution α sur I .
3. Donner un encadrement de α à 10^{-2} .