

Devoir surveillé n° 3

Durée : 2 heures

Exercice 1 (3 points)

Calculer la primitive F de f vérifiant la condition donnée :

1/ $f(x) = \frac{2x+5}{\sqrt{-x^2-5x+6}} - 1$ sur $] -6; 1[$ avec $F(0) = 1$;

2/ $f(x) = \frac{3x}{(x^2+1)^5}$ sur \mathbb{R} avec $F(1) = \frac{125}{128}$.

Exercice 2 (6 points)

Résoudre les équations et inéquations suivantes :

1/ $(E_1) : \ln(x-1) + \ln(x+6) = \ln(10-x)$

2/ $(E_2) : \ln(x+2) = 1 + \ln(x-3)$

3/ $(I_1) : -(\ln x)^2 + 4 \ln x - 3 \leq 0$

4/ $(I_2) : \ln(2x^2 + 3x + 1) \leq \ln(x^2 + 2x + 3)$

Exercice 3 (3 points)

Calculer la limite de f en a dans les cas suivants :

1/ $f(x) = \ln(2x^2 - x + 2) - \ln(x^2 + 3)$, $a = +\infty$;

2/ $f(x) = \frac{\ln(1-4x)}{x}$, $a = 0$;

3/ $f(x) = \frac{x \ln(x) + 1}{x^2 + 2}$, $a = +\infty$.

Exercice 4 (5 points)

Soit f la fonction définie par :

$$f(x) = \sqrt{x^2 - 6x + 5}$$

On appelle \mathcal{C}_f sa courbe représentative dans un repère.1/ Déterminer \mathcal{D}_f , l'ensemble de définition de f .2/ Calculer les limites de f en $-\infty$ et $+\infty$.3/ Étudier la dérivabilité de f en 1. On admet que f n'est pas dérivable en 5.4/ Justifier que f est dérivable sur $\mathcal{D}_f \setminus \{1; 5\}$ et calculer $f'(x)$.5/ Dresser le tableau de variations de f sur \mathcal{D}_f .**Exercice 5 (3 points)**

Dans cet exercice toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative, même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.

Étudier la fonction définie par :

$$f(x) = 1 + \ln\left(1 + \frac{1}{x^2}\right)$$